

Équation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie pour un fluide en mouvement. Elle relie la **pression**, la **vitesse** et l'**altitude** le long d'une même ligne de courant.

Elle ne s'applique que pour un écoulement parfait, stationnaire, irrotationnel, incompressible et homogène.

Les unités sont

P Pression du fluide en pascals Pa

ρ Masse volumique du fluide en kg/m³

g: Accélération de la pesanteur m/s²

V: Vitesse d'écoulement du fluide en m/s

Il est important de noter qu'une pression P en Pascal soit 1 N/m² doit être considéré ici comme **une densité volumique d'énergie potentielle**.

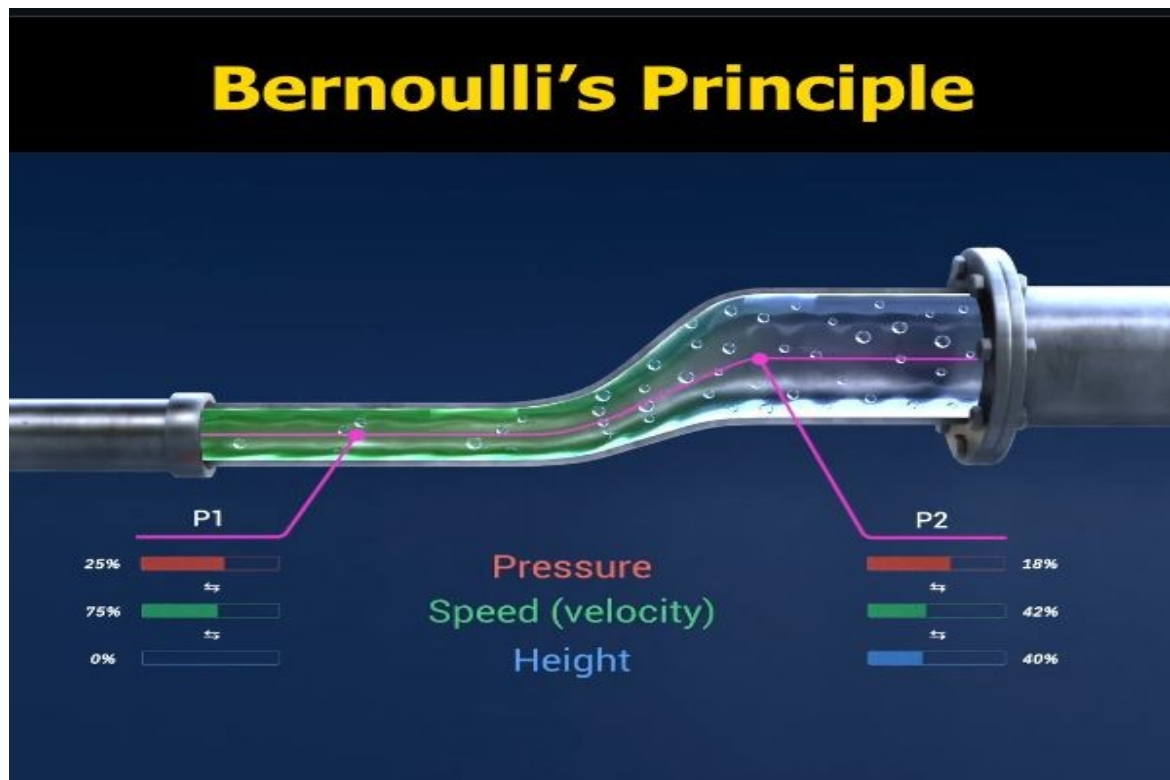
En dimension on a

$$[P] = [F].[L]^{-2} = [F].[L] / [L]^3 = \text{Energie/m}^3$$

rappelant qu'une énergie = Force x Déplacement = 1N.m s'exprime en Joule

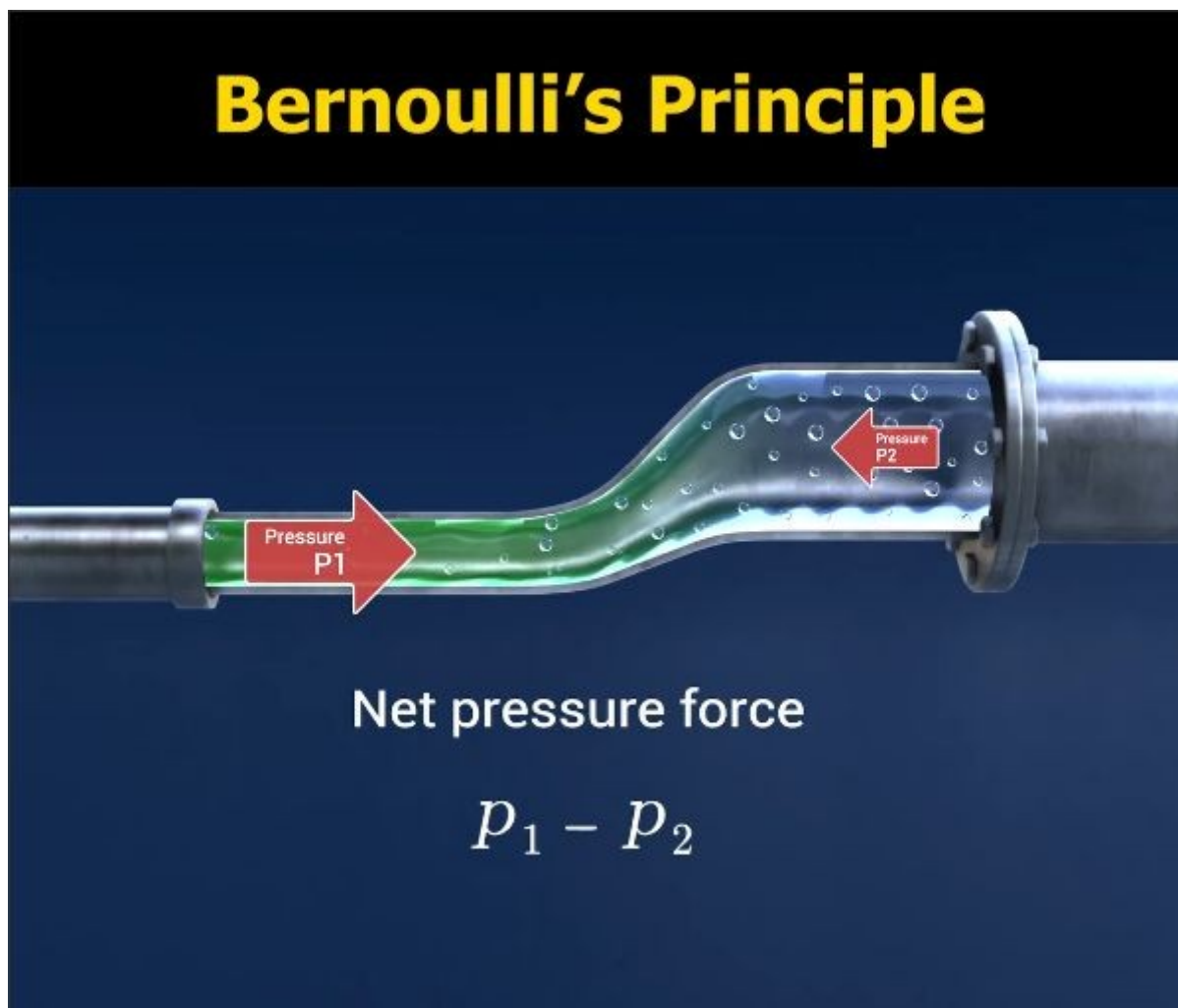
$$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2 = 1\text{N.m/m}^3 = 1\text{J/m}^3$$

Une pression a bien la dimension d'une énergie par unité de volume, typiquement en J/m³.

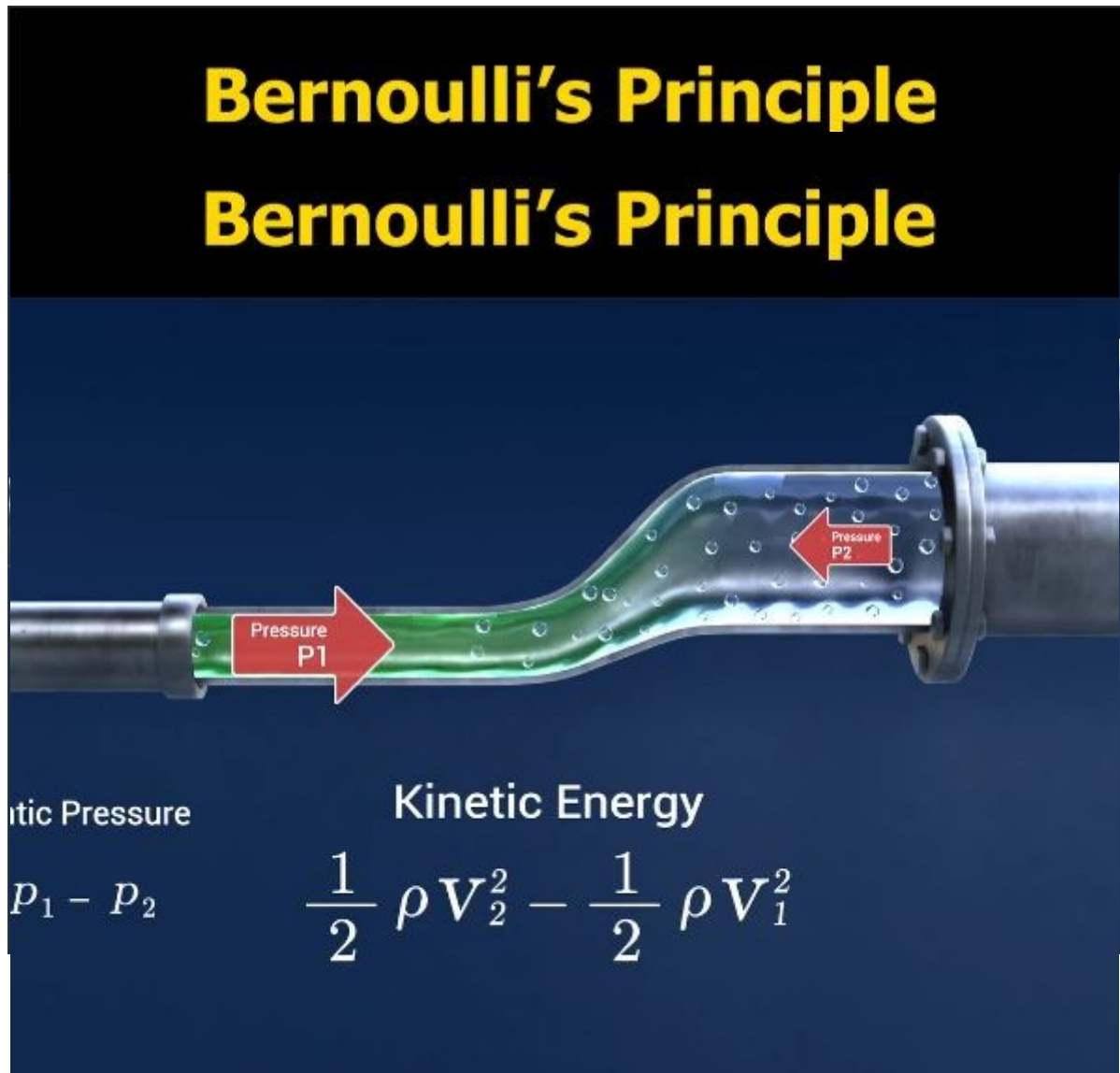


Source de ces images : <https://www.instagram.com/reel/DZxkJd3CvwX/>

Le fluide s'écoule de gauche à droite avec les pressions, vitesses et hauteurs indiquées.



La différence de pression correspond à une différence d'énergie /m³.



Cette énergie est la somme de l'**énergie cinétique** et de l'**énergie potentielle** du volume de masse m de fluide.

-L'**énergie cinétique** $E_c = \frac{1}{2} m V^2$ que l'on convertit en énergie par unité de volume avec $E_c / \text{volume} = \frac{1}{2} \rho V^2$.

Bernoulli's Principle



Pressure work = change in Kinetic Energy + change in Potential energy

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho V_2^2 - \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g \cdot (h_2 - h_1)$$

L'énergie potentielle mgh , de même est ramenée par m^3 , soit ρgh .

Lorsqu'un volume de fluide dV se déplace sous l'action d'une différence de pression $P_1 - P_2$, le travail correspondant est :

$$dW = (P_1 - P_2)dV$$

Divisé par le volume dV , ce travail correspond à une énergie par unité de volume, donc à une pression.

Le travail fournie par la différence de pression est égal à la somme des différences d'énergies.

Bernoulli's Principle



Pressure work = change in Kinetic Energy + change in Potential energy

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g h_2$$

Bernoulli's Principle



Bernoulli's Formula

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g h = \text{constant}$$

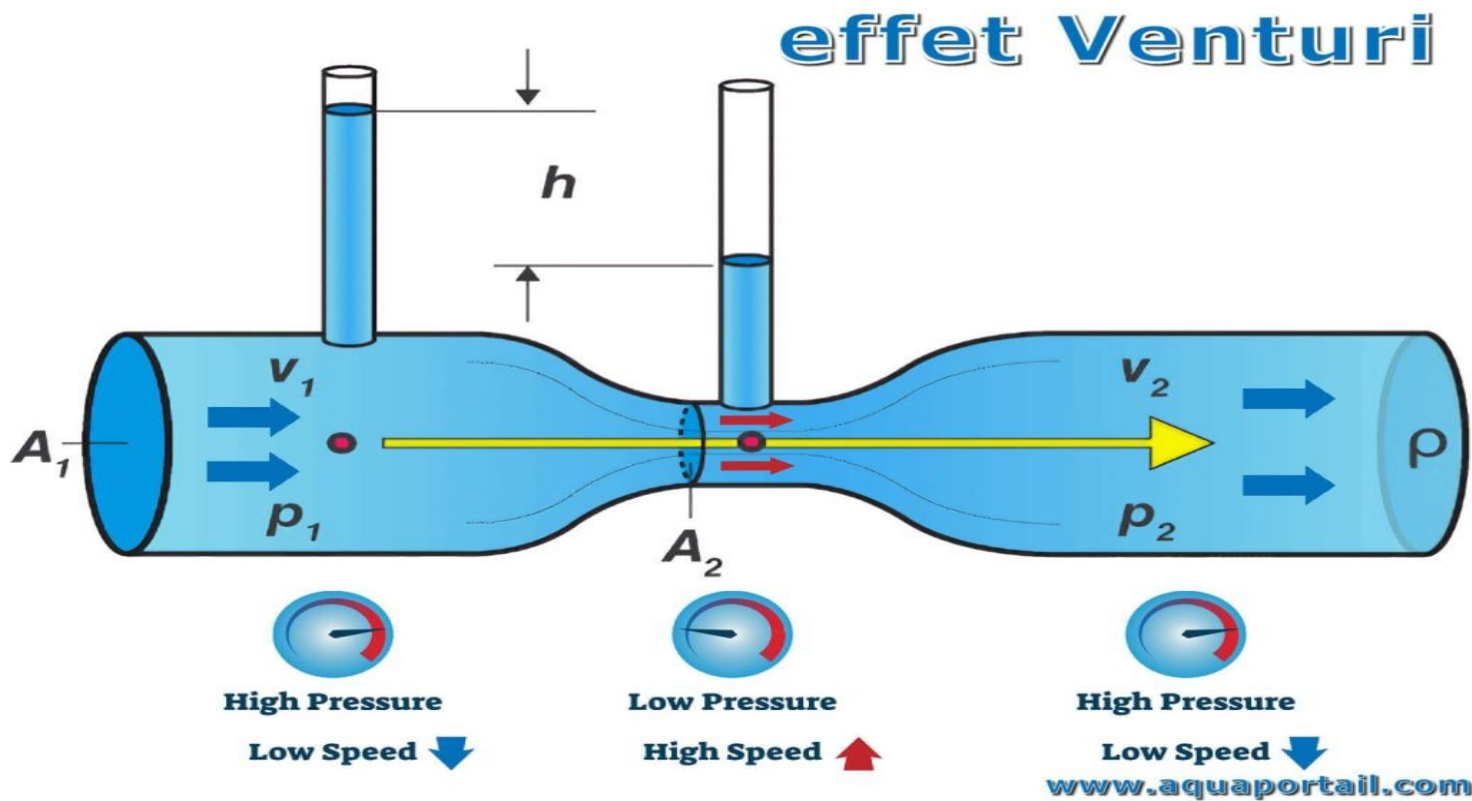
Les deux membres étant égaux, on peut les évaluer à une constante.

Et lorsque l'écoulement s'effectue sans changement de hauteur

$$P + \frac{1}{2} \rho V^2 = Cte$$

L'équation de Bernoulli peut être considérée comme un **principe de conservation d'énergie** adapté aux fluides en mouvement. Le comportement habituellement nommé "**effet Venturi**" ou "effet Bernoulli" est la diminution de pression du liquide dans les régions où la vitesse d'écoulement est augmentée.

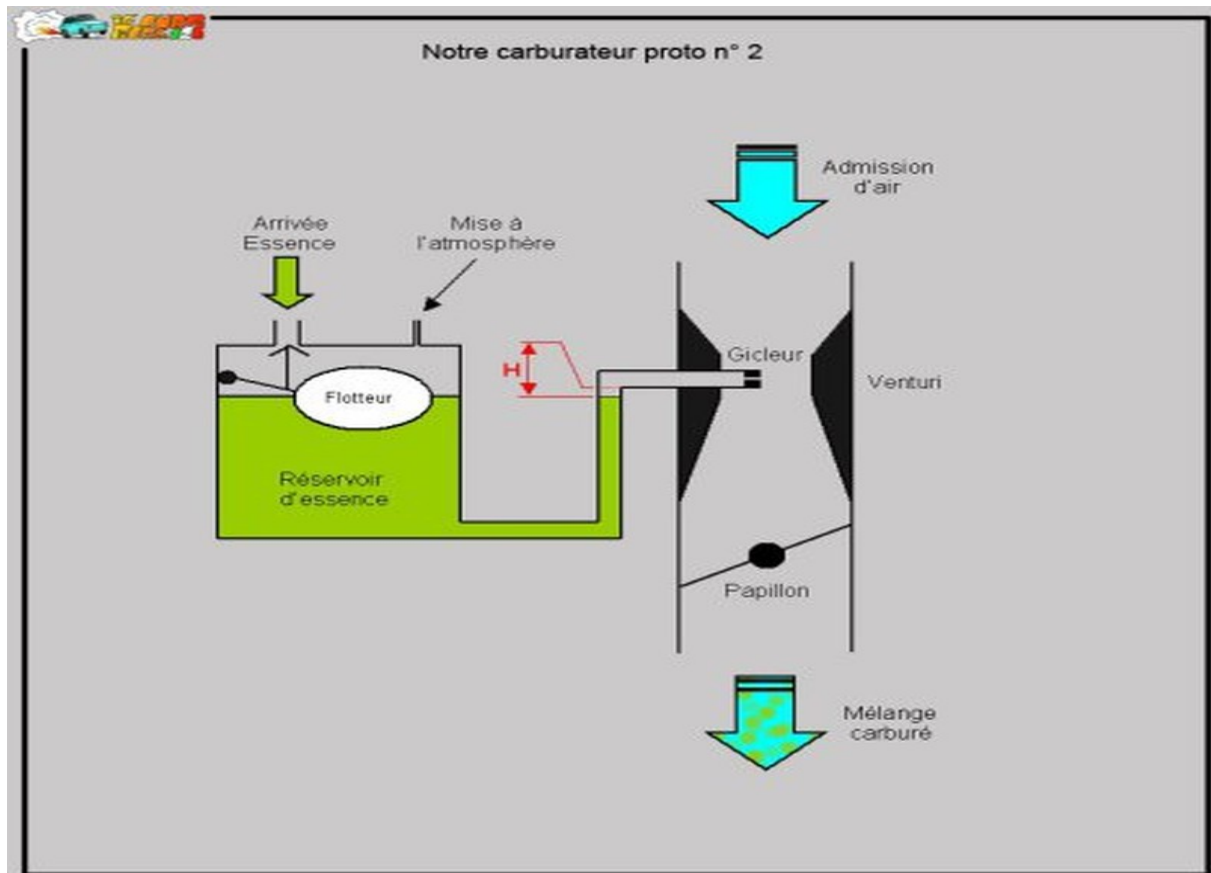
À altitude constante et dans les conditions d'application de Bernoulli, une augmentation de la vitesse V s'accompagne d'une diminution de la pression statique P .



quand V augmente, P doit diminuer.

Source: Aquaportail

L'effet Venturi est utilisé par exemple dans les carburateurs



Source Farey Sport Auto

Noter le profil **convergent/divergent** du Venturi.

Attention cependant : cette relation ne signifie pas que « là où le fluide va plus vite, la pression baisse » est une loi indépendante. C'est une conséquence de Bernoulli dans les conditions où l'équation est applicable. Il faut donc d'abord comprendre pourquoi et comment l'écoulement accélère.

Dans un Venturi, la géométrie impose cette accélération. Pour une aile d'avion, la situation est beaucoup plus complexe : la distribution de pression résulte de l'ensemble de l'écoulement autour du profil.